TITLE:

熱浴中の非弾性ガスの統計力学と流体力学(ソフトマターの物理学2003-普遍性と多様性-,研究会報告)

AUTHOR(S):

早川, 尚男

CITATION:

早川, 尚男. 熱浴中の非弾性ガスの統計力学と流体力学(ソフトマターの物理学2003-普遍性と多様性-,研究会報告). 物性研究 2003, 81(2): 182-183

ISSUE DATE:

2003-11-20

URL:

http://hdl.handle.net/2433/97696

RIGHT:

京都大学学術情報リポジトリ KURENAI 紅 Kyoto University Research Information Repository

熱浴中の非弾性ガスの統計力学と流体力学

京都大学大学院理学研究科　早川尚男 [1]

統計力学が気体分子運動論から始まったのは偶然ではない。気体が粒子間の相互作用が弱く、その取り扱いが容易であるばかりでなく結果が一般性を持っているからである。気体の最も簡単なモデルは互いに衝突する剛体球からなる分子系である。では衝突の際に非弾性効果があったらどのように統計力学が変更されるかという問いは非平衡系の統計力学では最も基本的なものであろう。こうした考えから非弾性衝突をする粒子系の統計力学・流体力学は粉体ガスとして盛んに研究されるようになってきた。[1]

しかしながら問題は非弾性衝突をするガス系はエネルギーを失い、やがて固まってしまう。このことと地表には重力の影響が強く現われることから粉体ガスは理論的な興味にとどまり実験的な研究は皆無である。一方、空気中に浮遊しているサスペンションは非弾性衝突をしながら流れによってエネルギーの供給も受け、ほぼ定常状態に近い状態に長時間留まっている。本論文ではそのことを意識して、粒子間に働く流体的相互作用を局所的な熱励起と流体から受ける摩擦に置き換えて、その中で動く非弾性衝突をするガス粒子系に着目した。[2]

モデルは以下のものである。滑らかな表面をしたはねかえり係数 e で非弾性衝突をする希薄ガスを考える。粒子質量を m, 直径を σ としたとき速度 $\mathbf{v}$ で動く粒子の分布関数 $f(\mathbf{r},\mathbf{v},t)$ は非弾性 Boltzmann 方程式

$$(\partial_t + \mathbf{v}\cdot\nabla)f = J[f,f] + L_{FP}f, \tag{1}$$

に従う。ここで $J[f,f]$ は衝突積分で

$$J[f,h] = \sigma^{d-1}\int d\hat{\boldsymbol{\sigma}}\int d\mathbf{v}_1\Theta(\mathbf{g}\cdot\hat{\boldsymbol{\sigma}})\mathbf{g}\cdot\hat{\boldsymbol{\sigma}}(e^{-2}b^{-1}-1)f(\mathbf{r},\mathbf{v},t)h(\mathbf{r},\mathbf{v}_1,t) \tag{2}$$

である。但し $\Theta(x)$ は Heviside 関数, $\mathbf{g}=\mathbf{v}-\mathbf{v}_1$, 及び $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ は接触したときの粒子中心間を結ぶ法線ベクトルである。また b^{-1} は衝突演算子の逆で

$$b^{-1}\mathbf{g} = \mathbf{g} - \frac{1+e}{e}(\mathbf{g}\cdot\hat{\boldsymbol{\sigma}})\hat{\boldsymbol{\sigma}}, \tag{3}$$

という関係がある。

(1) 式で特徴的なのは熱励起と摩擦を表す Fokker-Planck 演算子

$$L_{FP} = \gamma_0\frac{\partial}{\partial\mathbf{v}}\cdot[\mathbf{V} + \frac{T_B}{m}\frac{\partial}{\partial\mathbf{v}}], \tag{4}$$

[1] E-mail: hisao@yuragi.jinkan.kyoto-u.ac.jp

が含まれていることである。ここで熱浴の温度 T_B は粒子の運動エネルギーの揺らぎから決まる粉体温度 T とは異なる.

この系の流体力学変数は密度 n, 流速 $\mathbf{u}$, 粉体温度 T であり

$$
\begin{aligned}
n(\mathbf{r},t) &= \int d\mathbf{v} f(\mathbf{r},\mathbf{v},t), &(5)\\
n(\mathbf{r},t)\mathbf{u}(\mathbf{r},t) &= \int d\mathbf{v}\mathbf{v} f(\mathbf{r},\mathbf{v},t), &(6)\\
\frac{d}{2}n(\mathbf{r},t)T(\mathbf{r},t) &= \int d\mathbf{v}\frac{1}{2}m\mathbf{V}^2 f(\mathbf{r},\mathbf{v},t), &(7)
\end{aligned}
$$

で定義される。但し $\mathbf{V}\equiv\mathbf{v}-\mathbf{u}$ である. また

$$
\int d\mathbf{v}\frac{1}{2}mV^2 J(f,f) = -\frac{nd}{2}T\zeta[f,f] \tag{8}
$$

からエネルギー散逸率 ζ も導入できる。そうすると流体方程式が

$$
\begin{aligned}
D_t n &+ n\nabla\cdot\mathbf{u} = 0, &(9)\\
D_t u_i &+ (mn)^{-1}\nabla_j P_{ij} = 0, &(10)\\
D_t T &+ \frac{2}{dn}(P_{ij}\nabla_j u_i + \nabla\cdot\mathbf{q}) + T\zeta = 2\gamma_0(T_B - T), &(11)
\end{aligned}
$$

となる。但し $D_t = \partial_t + \mathbf{u}\cdot\nabla$ である. またストレステンソルと熱流

$$
\begin{aligned}
P_{ij} &= m\int d\mathbf{v} V_i V_j f(\mathbf{r},\mathbf{v},t) \simeq nT - \eta\Delta_{ijkl}\nabla_k u_l, &(12)\\
\mathbf{q} &= \frac{m}{2}\int d\mathbf{v} V^2\mathbf{V} f(\mathbf{r},\mathbf{v},t) \simeq -\kappa\nabla T - \mu\nabla n &(13)
\end{aligned}
$$

で定義され, 勾配の 1 次の展開ではいずれも右に与える表式になる。ここで $\Delta_{ijkl} = \delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk} - \frac{2}{d}\delta_{ij}\delta_{kl}$ である。

本論文で行なったのは一様状態の分布関数を近似的に求めて、その一様分布関数と Chapman-Enskog 法に基づき輸送係数 η, κ, μ を解析的に決定したことである。結果の式を書くスペースがないので詳細は原論文 [2] を参考にして頂くとして、単に分布関数および輸送係数の一様冷却状態から定常状態への遷移を決めたばかりではなく、温度 T, T_B が独立でかつ T_B は空間揺らぎが存在しないために Santos[3] が一般公式として求めた κ, μ と速度分布関数のモーメントの間の関係が破れていることは注目に値する。

参考文献

[1] T. Pöschel and S. Luding eds. Granular Gases (Springer, Berlin, 2000).

[2] H. Hayakawa, cond-mat/0304149.

[3] A. Santos, Physica A **321**, 442 (2003).